1. convex hull optimization

http://codeforces.com/predownloaded/45/27/4527143133796348ba3259a2e0fe6e1b7823aca8.png

조건 : *b*[*j*] ≥ *b*[*j* + 1]  
~~optionally~~ *a*[*i*] ≤ *a*[*i* + 1]

*O*(*n*2)-> *O*(*n*)

2.convex hull optimaization2

*dp*[*i*][*j*] = *mink*<*j*{*dp*[*i* - 1][*k*] + *b*[*k*] \* *a*[*j*]}

조건 : *b*[*k*] ≥ *b*[*k* + 1]  
~~optionally~~ *a*[*j*] ≤ *a*[*j* + 1]

*O*(*kn*2)-> *O*(*kn*)

3. Divide and Conquer Optimization

*dp*[*i*][*j*] = *mink*<*j*{*dp*[*i* - 1][*k*] + *C*[*k*][*j*]}

조건 : **quadrangle inequality**: http://codeforces.com/predownloaded/8c/b3/8cb3a915043ebfe9d8f715de2bca16160d20f1ed.png

p<q에 대해 W(a,d) + W(b, c) > W(a, c) + W(b, d)이면 C(i, p)≤C(i, q)이고, W(a,d) + W(b, c) < W(a, c) + W(b, d)이면 C(i, p)≥C(i, q)이다.

여기서 주목해야 될 사실은 a<b<c<d 일 때 w(a,d)+w(b,c) > w(a,c)+w(b,d) 라는 부등식이다.

이걸 w가 볼록(convex)하다고 하고 부등호가 반대면 오목(concave)하다고 하는데 w가 볼록하거나 오목할 때는 재미있는 사실이 있다.

dp[i-1][k]+w(k,j) (k<j) 들 중에서 가장 작아서 dp[i][j]의 값을 만든 k를 opt[i][j]라고 하자.

만약 w가 볼록하다면 임의의 a<b인 a,b 에 대해서 opt[i][a]≤opt[i][b] 를 만족하고 오목하면 opt[i][a]≥opt[i][b]이다.

만족 : *A*[*i*][*j*] ≤ *A*[*i*][*j* + 1]

*O*(*kn*2)-> *O*(*knlogn*)

4. Knuth Optimaization

*dp*[*i*][*j*] = *mini*<*k*<*j*{*dp*[*i*][*k*] + *dp*[*k*][*j*]} + *C*[*i*][*j*]

조건 : **quadrangle inequality**: http://codeforces.com/predownloaded/8c/b3/8cb3a915043ebfe9d8f715de2bca16160d20f1ed.png

**monotonicity**: http://codeforces.com/predownloaded/20/17/20178ffeb11422f591b70a9bad1185fbf9b8f67d.png

C[i][j-1]<=C[i][j]<=C[i+1][j]

만족 : *A*[*i*, *j* - 1] ≤ *A*[*i*, *j*] ≤ *A*[*i* + 1, *j*]

*O*(*n*3)-> *O*(*n*2)